MATHS PTSI BLAISE PASCAL

Bonjour à tous et bienvenue en PTSI au lycée Blaise Pascal de Rouen pour l'année 2022/2023

Matériel nécessaire en maths :

- grandes copies doubles à petits carreaux

- 4 couleurs pour la prise de notes : rouge, noir, bleu et vert

Révisions et travail de vacances :

- chapitres à revoir du lycée : cours et exercices traités en 1ère et Terminale trinôme du second degré, calculs de limites et de dérivées, fonctions ln et exp, primitives et intégrales Inutile d'imprimer le document ci-joint, il sera distribué à la rentrée :

- TD 00 : révisions fractions, calcul littéral, équations, inéquations, second degré : il sera corrigé les premières séances de cours en septembre, le document contient tous les rappels de cours nécessaires pour traiter les exercices, les traiter sans calculatrice

Il est impératif de maitriser ces notions élémentaires pour envisager un bon démarrage en prépa et éviter des déconvenues sur des points de calculs élémentaires qui seront indispensables tout au long de l'année aussi bien en maths que dans les autres matières scientifiques.

Mail en cas de questions particulières : mathsptsiblaisepascal@gmail.com

En revanche, je ne fais pas de correction des exercices par mail

Bonnes vacances

TD 00 : REVISIONS DE CALCUL ALGEBRIQUE

Fractions :

1./ Si b et b' ne sont pas nuls : $\begin{cases} \text{addition de 2 fractions : } \dfrac{a}{b}+\dfrac{a'}{b'}=\dfrac{ab'+a'b}{bb'} \\ \text{produit de 2 fractions : } \dfrac{a}{b}\times\dfrac{a'}{b'}=\dfrac{aa'}{bb'} \text{ et } a\times\dfrac{a'}{b'}=\dfrac{aa'}{b'} \end{cases}$

2./ Si b, c et d ne sont pas nuls : quotient de 2 fractions : $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}$, $\dfrac{\frac{a}{b}}{c}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{1}{c}$, $\dfrac{a}{\frac{b}{c}}=a\times\dfrac{c}{b}$

Calcul littéral :

Distributivité : $a\times(b+c)=ab+ac$

Double distributivité : $(a+b)\times(c+d)=ac+ad+bc+bd$

Egalités remarquables : $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ et $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Puissances :

$\forall x\in\mathbb{R}, \forall n\in\mathbb{N}^*$, on note $x^n=\underbrace{x\times x\times\ldots\times x}_{n \text{ facteurs}}$ et $x^0=1$, si $x\neq 0$, $x^{-n}=\dfrac{1}{x^n}$

$\forall(x,y)\in\left(\mathbb{R}^*\right)^2, \forall(m,n)\in\mathbb{Z}^2, \begin{cases} x^m\times x^n=x^{m+n} \text{ et } \dfrac{x^m}{x^n}=x^{m-n} \\ x^m\times y^m=(x\times y)^m \\ \left(x^m\right)^n=x^{m\times n} \end{cases}$

Equations et inéquations du 1^{er} degré :

1./ Soient a et b des réels, on distingue 3 cas pour résoudre l'équation $ax=b$ d'inconnue x :

i) si $a\neq 0$: $x=\dfrac{b}{a}$ est l'unique solution : $\mathcal{S}=\left\{\dfrac{b}{a}\right\}$

ii) si $a=0$ et $b\neq 0$: l'équation n'a pas de solution : $\mathcal{S}=\varnothing$

iii) si $a=b=0$: tout réel est solution : $\mathcal{S}=\mathbb{R}$

2./ Soient a et b deux réels, on distingue 3 cas pour résoudre l'inéquation $ax\leq b$ d'inconnue x :

i) si $a>0$: $ax\leq b \Leftrightarrow x\leq\dfrac{b}{a}$: $\mathcal{S}=\left]-\infty,\dfrac{b}{a}\right]$: division des 2 membres de l'inégalité par un réel strictement positif

ii) si $a<0$: $ax\leq b \Leftrightarrow x\geq\dfrac{b}{a}$: $\mathcal{S}=\left[\dfrac{b}{a},+\infty\right[$: division des 2 membres de l'inégalité par un réel strictement négatif

iii) si $a=0$: l'ensemble des solutions dépend du signe de b :

$a=0$ et $b\geq 0$: $\mathcal{S}=\mathbb{R}$: tous les réels vérifient l'inégalité $ax\leq b$

$a=0$ et $b<0$: $\mathcal{S}=\varnothing$: aucun réel vérifie l'inégalité $ax\leq b$

Equations du 2nd degré :
Soit a,b et c des réels avec $a \neq 0$, on associe à l'équation $(E): ax^2+bx+c=0$ le discriminant $\Delta = b^2-4ac$

i) si $\Delta > 0$: (E) admet 2 solutions réelles distinctes $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$ est la forme factorisée du trinôme

ii) Si $\Delta = 0$: (E) admet une unique solution $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ et $ax^2+bx+c = a(x-x_0)^2$

iii) Si $\Delta < 0$: (E) n'a pas de solution réelle

Cas particuliers d'équations du 2nd degré :
Soit α un réel, on distingue 3 cas pour résoudre l'équation $x^2 = \alpha$ d'inconnue x :
i) si $\alpha > 0$: $x^2 = \alpha \Leftrightarrow x = \sqrt{\alpha}$ ou $x = -\sqrt{\alpha}$: 2 solutions distinctes

ii) si $\alpha = 0$: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$: 1 unique solution

iii) si $\alpha < 0$: l'équation $x^2 = \alpha$ n'a pas de solution réelle

Inéquations du 2nd degré :
Soit a,b et c des réels avec $a \neq 0$, on distingue 2 cas pour déterminer le signe de ax^2+bx+c

i) si $\Delta > 0$, on suppose que $x_1 < x_2$:
le signe de ax^2+bx+c est celui de a pour $x \in]-\infty, x_1] \cup [x_2 + \infty[$

le signe de ax^2+bx+c est celui de $-a$ pour $x \in [x_1, x_2]$

ii) Si $\Delta \leq 0$, le signe de ax^2+bx+c est celui de a

Calcul de fractions, de puissances et de racines :

$\boxed{1}$ a) Simplifier $A = \dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ $\quad B = \dfrac{\frac{a}{b}}{c}$ $\quad C = \dfrac{a}{\frac{b}{c}}$

b) Simplifier les fractions suivantes : $A = \dfrac{\frac{3}{4}}{4}$ $\quad B = \dfrac{3}{\frac{3}{4}}$ $\quad C = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$ $\quad D = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}}$ $\quad E = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}$

c) Effectuer les calculs : $A = 3 - \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{5}$ $\quad B = \dfrac{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{6}}$ $\quad C = \dfrac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}}}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{1-\frac{1}{3}}}$

d) Donner chaque résultat sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c$

$$A = \frac{2^3 \times 5^2}{6^2 \times 25^3} \qquad B = \frac{\left(2^3 \times 5\right)^2 \times 9}{10^2 \times 8} \qquad C = \frac{\dfrac{\left(2^3 \times 5^2\right)^3}{4 \times 25}}{\dfrac{10^2 \times 2^{-2}}{5^4}}$$

$\boxed{2}$ 1./ Ecrire les nombres suivants sous la forme $a+b\sqrt{n}$ où a et b sont des entiers relatifs et n un entier naturel

$$A=\left(2-\sqrt{3}\right)^2 \qquad B=\left(\sqrt{3}-4\right)\left(4\sqrt{3}+7\right) \qquad C=\left(2-\sqrt{7}\right)\left(2+\sqrt{7}\right)$$

2./ Ecrire les réels suivants avec un dénominateur entier

$$A=\frac{2}{1-\sqrt{3}} \qquad B=\frac{\sqrt{3}-1}{3+\sqrt{2}} \qquad C=\frac{1}{1+\sqrt{2}}-\left(\sqrt{2}-1\right)$$

3./ a) Justifier que $4+2\sqrt{3}\geq 0$ et $4-2\sqrt{3}\geq 0$

b) On pose $A=\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}$, calculer A^2 et en déduire A

Factorisations :

$\boxed{3}$ 1./ Factoriser les expressions suivantes :

$$A=x^5-2x^3 \qquad B=1-10x^2+25x^4$$

$$C=16(2x+7)^2-25(1-x)^2 \qquad D=x^2-4x+4+(3x-6)(x+3)-5\left(x^2-4\right)$$

2./ Développer $(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$ puis factoriser $27x^3+8$

Equations :

$\boxed{4}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1./ $1-\dfrac{1-x}{2}=2+\dfrac{2-x}{3}$ 2./ $\dfrac{x-2}{x+2}-\dfrac{x+2}{x-2}=\dfrac{18}{x^2-4}$

3./ $x^4-4x^2+3=0$ 4./ $\left(x^2+x+1\right)^2-4\left(x^2-x+1\right)^2=0$

$\boxed{5}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en fonction de $m\in\mathbb{R}$:

1./ $2mx-3=x+5m$ 2./ $(2-x)^2=1-m$

Inéquations :

$\boxed{6}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1./ $1-(2-x)\leq 3x+2(1-x)$ 2./ $x^3>x$ 3./ $\dfrac{x+3}{x-3}-\dfrac{x-3}{x+3}\leq\dfrac{36}{x^2-9}$

4./ $\dfrac{x-2}{2x-2}\leq\dfrac{x-2}{x-5}$ 5./ $\dfrac{2x-3}{x^2-4}\geq 1$ 6./ $x^4+2x^2-3<0$